

Lycée secondaire Iben-Arafa Lycée secondaire Sidi zekri Djerba	Devoir de synthèse n°2	Année scolaire : 2013 /2014
		Section : 4 ^{ème} Sc
	Sciences physiques	Durée : 3 heures

Chimie (9 points)

Exercice n°1 (6 points)

Tout les solutions sont prise à 25°C pour la quelle le produit ionique de l'eau est $K_e=10^{-14}$.
 On néglige les ions provenant de l'ionisation propre de l'eau devant ceux présents dans une solution acide.
 On considère deux solutions S_1 et S_2 de même concentration molaire C , obtenues par dissolution de deux acides respectifs : A_1H et A_2H .

Les pH de ces solutions, mesurés à 25°C, sont indiqués dans le tableau suivant :

Solution	S_1	S_2
acide	A_1H	A_2H
pH	2	3,4

- 1°) Comparer la force de ces deux acides.
- 2°) a- Dresser le tableau descriptif, d'évolution de la réaction d'un acide AH avec l'eau, en fonction de son avancement volumique.
 b- Montrer que le taux d'avancement final s'écrit : $\tau_f = \frac{10^{-pH}}{C}$
- 3°) Dans une fiole jaugée de capacité **100 mL**, contenant un volume $V_1 = 20 \text{ mL}$ de la solution S_1 de l'acide A_1H , on ajoute un volume $V = 80 \text{ mL}$ d'eau distillée.
 On obtient une solution S'_1 de concentration C' .
 a - Vérifier que : $C' = \frac{C}{5}$
 b - Un pH-mètre, qui a permis de mesurer le pH avant et après la dilution, a donné respectivement les valeurs de pH_1 et de pH'_1 tel que $pH'_1 = pH_1 + \log 5$.
 Montrer que le taux d'avancement final avant la dilution τ_{f1} et après dilution τ'_{f1} reste le même.
 c - En déduire que A_1H est un acide fort,
 d- Montrer que $C = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.
- 4°) a- Justifier que A_2H est un acide faible.
 b- Ecrire l'équation de la réaction de l'acide A_2H avec l'eau.
- 5°) a- En précisant les approximations nécessaires, montrer que : $pH_2 = \frac{1}{2}(pK_a - \log C)$
 b- Déterminer les concentrations des espèces chimiques dans le mélange sauf l'eau.
 c - Déterminer, par deux méthodes, la valeur du pK_a du couple A_2H/ A_2^- .

Exercice n°2

Texte scientifique (3 points)

Dans notre corps, quels rôles jouent les acides et les bases ?

Les équilibres acido-basiques occupent une place essentielle dans le monde vivant. Le pH de notre sang, par exemple, doit rester dans des limites relativement étroites entre 7 et 7,8. Le rôle de solution tampon est assuré en grande partie par le dioxyde de carbone qui, dissous dans le sang, est en équilibre avec sa base conjuguée, l'ion bicarbonate. L'addition de petites quantités d'acides ou de bases modifie ainsi très peu le pH sanguin. Certaines parties du corps supportent néanmoins une forte acidité. Il s'agit en premier lieu de l'estomac, puisque le suc gastrique, qui contient de l'acide chlorhydrique, a un pH compris entre 2 et 3. La paroi de l'estomac se protège de cette acidité grâce à une épaisse couche de mucus.

Rappelons aussi que les protéines sont formées d'acides aminés qui, comme leur nom l'indique, contiennent un groupement acide, capable de céder un proton (ion H^+), et un groupement amine, capable de recevoir un proton. La liaison entre le groupement acide d'un acide aminé et le groupement amine d'un autre acide aminé est appelée « liaison peptidique ». Elle lie entre eux les acides aminés pour former de longues chaînes protéiques.

La recherche
L'actualité des sciences

1°) Le dioxyde de carbone qui, dissous dans le sang donne un acide carbonique dont la base conjuguée est l'ion bicarbonate HCO_3^- . Donner la formule chimique de cet acide.

2°) a- Préciser le rôle que peut jouer l'acide carbonique et sa base conjuguée dans le sang.

b- Le pH du sang est-il sensible à l'addition de petites quantités d'acides ou de bases.

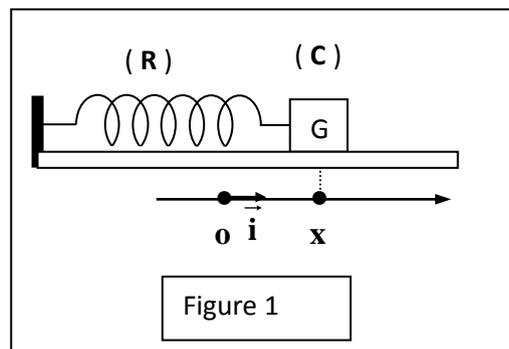
3°) Expliquer comment le suc gastrique est sans effet sur l'estomac.

4°) Montrer que l'acide aminé joue le rôle d'un amphotère.

Physique (11 points)

Un solide (C) de masse m est attaché à un ressort (R) de raideur $k = 40 \text{ N.m}^{-1}$ et de masse négligeable. Le solide (C), peut glisser sur un banc à coussin d'air horizontal. On désigne par x l'abscisse de G et v sa vitesse dans le repère (O, \vec{i}) parallèle au banc. (Voir figure 1)

A un instant $t_0 = 0 \text{ s}$, qui sera pris comme origine des temps, on écarte le solide (C) de sa position de repos ($x = 0$) d'une distance d , puis on le libère avec une vitesse initiale \vec{v}_0 dans la direction parallèle à l'axe (O, \vec{i}) .



I- On suppose que les frottements sont négligeables

1. a) Rappeler l'expression de l'énergie mécanique E du pendule élastique (S) : { (c) , (R) } en fonction de : m , k , v et x .

b) Justifier que le système (S) est conservatif, déduire l'équation différentielle, en x , des oscillations de G.

2. Un système approprié d'acquisition permet d'obtenir la courbes $x = f(t)$ de la figure 2.

a) Déterminer :

- ✓ l'amplitude X_m , et la distance d ,
- ✓ la période T_0 des oscillations.

b) Déduire que la masse du solide (C) est $m = 0,1 \text{ kg}$.

c) Déterminer :

la valeur de l'énergie mécanique E et celle de l'énergie potentielle élastique initiale $E_{pe}(0)$.

d) Déduire $\|\vec{v}_0\|$

e) Etablir les expressions de $x(t)$ et de $v(t)$

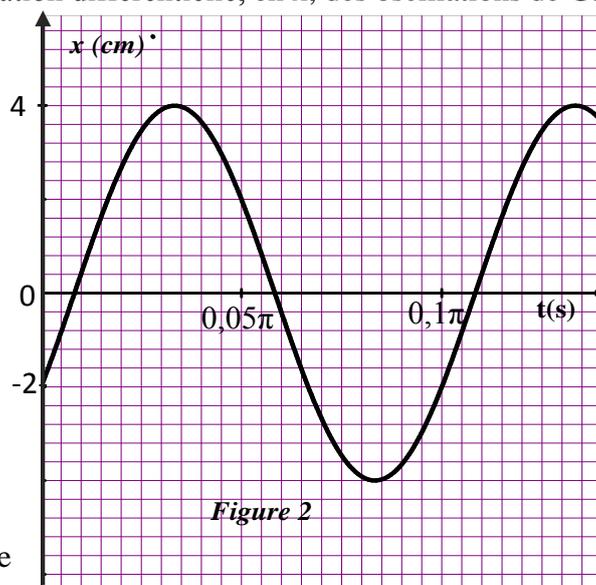


Figure 2

II- On applique au solide (C) une force de frottement de type

visqueux $\vec{f} = -h\vec{v}$; h est une constante positif et on écarte le solide (C) d'une distance $d' = 2 \text{ cm}$ dans le sens positif de sa position d'équilibre puis on l'abandonne à lui même, le solide, y revient sans oscillations.

1°) a- Donner l'équation différentielle, en x , de cet oscillateur.

b- Préciser le type et le régime des oscillations.

c- Représenter l'allure de l'élongation $x(t)$.

2°) a- Montrer que le système n'est plus conservatif.

b- Déterminer l'énergie mécanique perdue par le système au cours de mouvement de solide.

III- Le solide (C) est maintenant soumis, au cours de ses oscillations, à une force excitatrice

$\vec{f}(t) = 2,4 \sin(\omega t + \varphi_F) \vec{i}$ et à une force de frottement de type visqueux $\vec{f} = -h\vec{v}$; avec $h = 0,8 \text{ kg.s}^{-1}$.

1°) Sachant que pour un dipôle RLC série soumis à une tension alternative sinusoïdale

$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$, l'équation différentielle en $i(t)$ est : $Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = u(t)$

et sa solution est de la forme : $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$,

a- Faire une construction de Fresnel (sans échelle) relative à l'équation différentielle en $i(t)$ dans le cas d'un circuit capacitif.

b- Déduire les expressions que $I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$ et $\cos(\varphi_i - \varphi_u) = R \frac{I_m}{U_m}$

c- En précisant l'analogie utilisée, écrire :

✓ l'équation différentielle en $v(t)$ de l'oscillateur mécanique étudié.

✓ les expressions, de l'amplitude V_m de $v(t)$ et de $\cos(\varphi_v - \varphi_F)$

2°) Pour une fréquence N_1 de l'excitateur, le système approprié d'acquisition permet d'obtenir la courbe $v = g(t)$ de la figure 3

a) Déterminer graphiquement la fréquence N_1 et l'amplitude V_m de $v(t)$.

b) • Déterminer le rapport $\frac{F_m}{V_m}$, donner sa signification physique .

• En déduire que l'oscillateur est en état de résonance de vitesse.

• Justifier que $\varphi_F = 0 \text{ rad}$.

c) Donner l'expression de la puissance mécanique moyenne de cet oscillateur. Calculer sa valeur pour $N = N_1$

3) pour une valeur N_2 de la fréquence de l'excitateur, l'amplitude des oscillations devient maximale.

a) • Donner le nom du phénomène qui a lieu dans l'oscillateur pour la fréquence N_2 .

• Quel risque peut avoir lieu.

• Comment peut-on éviter ce risque.

b) Dans le cas d'un circuit RLC série, un phénomène analogue peut être observé à une valeur ω_r de la pulsation de la tension excitatrice $u(t)$. tel que $\omega_r^2 = \omega_0^2 - \frac{R^2}{2L^2}$.

• Comparer, sans calcul, N_1 et N_2 .

• Déterminer, par analogie, N_2 .

c) Montrer que $\cos(\varphi_v - \varphi_F) = \frac{2\pi N_2 X_m h}{F_m}$

d) Déduire l'expression de l'élongation $x(t)$. Sachant que $X_m = 15,3 \text{ cm}$

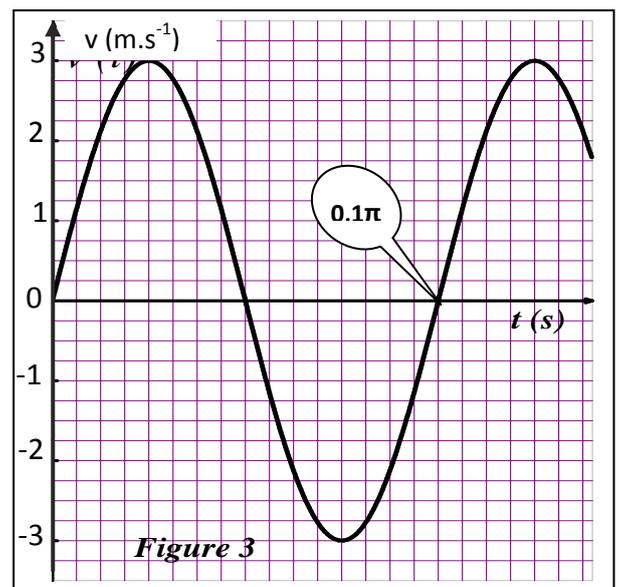


Figure 3



Corrigé du devoir de synthèse N° 2

Année scolaire 13- 14

La note de l'épreuve = la note de chimie + la note de physique /2

Chimie

Exercice N°1 (6 points)

1°) Comparons la force de ces deux acides.

$C_1 = C_2 = C$ et $pH_1 < pH_2$ alors AH_1 est plus fort que AH_2 . (0,25 pt)

2°) a- Dressons le tableau descriptif.

Etat du système	Avancement volumique	$AH + H_2O \rightleftharpoons CH_3COO^- + H_3O^+$			
initial	0	C	excès		$[H_3O^+]_e$
Final	y_f	$C - y_f$	excès	y_f	$y_f + [H_3O^+]_e$

(0,5 pt)

b- Montrons que le taux d'avancement final s'écrit : $\tau_f = \frac{10^{-pH}}{C}$

On a $\tau = \frac{y_f}{y_{\max}}$ avec :

- $y_f = [A^-]$ et $[H_3O^+]_e = y_f + [H_3O^+]_e$ et puisque le $pH < 6$ et $[H_3O^+]_e \ll [H_3O^+]_{\text{acide}}$ alors on peut écrire $y_f = [A^-] = [H_3O^+]_{\text{acide}} = 10^{-pH}$
- Si on suppose que la réaction de dissociation de l'acide est totale $C - y_m = 0$ d'où $C = y_m$

D'où $\tau_f = \frac{10^{-pH}}{C}$. (0,75 pt)

3°) a - Vérifions que : $C' = \frac{C}{5}$

Dans une fiole jaugée de capacité **100 mL**, contenant un volume $V_1 = 20 \text{ mL}$

de la solution d'acide A_1H , on ajoute un volume $V = 80 \text{ mL}$ d'eau distillée.

Jusqu'au trait de jauge. On obtient une solution S'_1 de concentration C' .

A la suite de la dilution le nombre de moles d'acide ne change pas. On peut écrire alors.

$$n = C'V' = C_1V_1 \text{ d'où } C' = \frac{C_1 \cdot V_1}{V'} \text{ AN: } C' = \frac{C \cdot 20}{100} = \frac{C}{5} \text{ (0,5 pt)}$$

b- Montrons que le taux d'avancement final avant la dilution τ_{f1}

et après dilution τ'_{f1} reste le même.

$$\tau'_{f1} = \frac{10^{-pH'}}{C'} = \frac{10^{-pH - \log 5}}{\frac{C}{5}} = \frac{10^{-pH_1 - \log 5} \cdot 5}{C} = \frac{10^{-pH_1} \cdot 10^{-\log 5} \cdot 5}{C} = \frac{10^{-pH_1} \cdot 0,25 \cdot 5}{C} = \frac{10^{-pH_1}}{C} \text{ donc}$$

le taux d'avancement reste le même. (0,5 pt)

c - Dédurre que A_1H est un acide fort.

Un acide fort se dissocie totalement, le taux d'avancement de la réaction de sa dissocié est égale à l'unité indépendante de la concentration donc indépendante de la dilution. (0,5 pt)

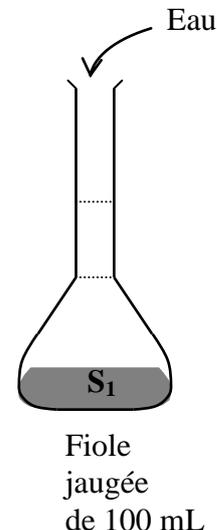
d- Montrons que $C = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

A_1H est un acide fort alors $pH_1 = -\log C = -\log 10^{-2} = 2$ (0,25 pt)

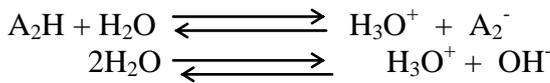
4°) a- Justifions que A_2H est un acide faible.

$-\log C \neq pH_2$ (0,25 pt)

b- Ecrivons l'équation de la réaction de l'acide A_2H avec l'eau.



5°) a- Montrons que : $\text{pH}_2 = \frac{1}{2}(\text{pK}_a - \log C)$



Etat du système	Avancement volumique	$\text{A}_2\text{H} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{H}_3\text{O}^+ + \text{A}_2^-$			
initial	0	C	excès	$10^{-\frac{\text{pK}_e}{2}}$	0
Final	y_f	$C - y_f$	excès	$10^{-\text{pH}}$	y_f

$$K_a = \frac{[\text{A}_2^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{A}_2\text{H}]}$$

Approximations

$$\begin{aligned} [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{total}} &= [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{acide}} + [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{eau}} = y_f + 10^{-\frac{\text{pK}_e}{2}} \\ [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{total}} &= [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{acide}} + [\text{OH}^-]_{\text{eau}} \end{aligned}$$

Première approximation

La solution est suffisamment acide $\text{pH} < 6$ alors $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{total}} \gg [\text{OH}^-]$. L'équation précédente devient

$$\begin{aligned} [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{total}} &= [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{acide}} = y_f \\ [\text{A}_2^-] &= [\text{H}_3\text{O}^+] = y_f \end{aligned}$$

Deuxième approximation

On a $[\text{A}_2\text{H}] = C - y_f$

L'acide étant faible donc faiblement dissocié ($\tau_f \leq 0,05$) . Alors $\tau_f \ll 1$

$y_f \ll C$ alors $[\text{A}_2\text{H}] = C$

$$\text{D'où } K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]^2}{C} = \frac{10^{-2\text{pH}}}{C}$$

Expression du pH

$$\log K_a = \log \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]^2}{C} = \log \frac{10^{-2\text{pH}}}{C} \quad \text{d'où} \quad \text{pH} = \frac{1}{2}(\text{pK}_a - \log C) \quad \text{(1 pt)}$$

b- Déterminons les concentrations des espèces chimiques dans le mélange sauf l'eau.

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-3,4} = 3,98 \cdot 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} = [\text{A}_2^-] ; \quad [\text{OH}^-] = 2,51 \cdot 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1} \quad \text{(0,75 pt)}$$

$$[\text{A}_2\text{H}] = C_1 - [\text{A}_2^-] = 10^{-2} - 3,98 \cdot 10^{-4} = 0,96 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

c - Déterminons, par deux méthodes, la valeur du pK_a du couple $\text{A}_2\text{H}/ \text{A}_2^-$.

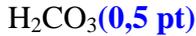
$$\bullet \quad K_a = \frac{[\text{A}_2^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{A}_2\text{H}]} = \frac{10^{-6,8}}{10^{-2}} = 10^{-4,8} \quad \text{alors } \text{pK}_a = 4,8 \quad \text{(0,25 pt)}$$

$$\bullet \quad \text{On} \quad \text{pH} = \frac{1}{2}(\text{pK}_a - \log C) \Leftrightarrow \text{pK}_a = 2\text{pH} - \log C = 6,8 - 2 = 4,8 \quad \text{(0,25 pt)}$$

Exercice N°2

Texte scientifique (3 points)

1°) Donnons la formule chimique de cet acide.



2°) a- Précisons le rôle que peut jouer l'acide carbonique et sa base conjugué dans le sang.

l'acide carbonique et sa base conjugué dans le sang joue le rôle de solution tampon. (0,5 pt)

b- Le pH du sang n'est pas sensible à l'addition de petites quantités d'acides ou de bases car son

L'addition de petites quantités d'acides ou de bases modifie ainsi très peu le pH sanguin. (0,75 pt)

3°) Expliquons comment le suc gastrique est sans effet sur l'estomac.

La paroi de l'estomac se protège de cette acidité grâce à une épaisse couche de mucus. (0,5 pt)

4°) Montrons que l'acide aminé joue le rôle d'un amphotère.

L'acide aminé, capable de céder un proton donc il joue le rôle d'un acide comme il est capable de recevoir un proton donc il joue le rôle d'une base d'où l'amine est un amphotère. (0,75 pt)

Physique notée sur 22 points

I- (7,75 points)

1. a) Rappelons l'expression de l'énergie mécanique E du pendule.

élastique (S) = { (c) , (R) }

$$E = E_c + E_{pe} = \frac{mv^2}{2} + \frac{Kx^2}{2} \text{ (0,5 pt)}$$

b)

• Justifions que le système (S) est conservatif.

Pas de force de frottement alors l'énergie se conserve. On dit que le système est conservatif. (0,25 pt)

• Déduisons l'équation différentielle, en x, des oscillations de G.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dx}{dt} \left(m \frac{d^2x}{dt^2} + kx \right) = 0 \text{ car le système est conservatif et puisque } \frac{dx}{dt} \neq 0 \text{ (0,5 pt)}$$

$$\text{donc } \left(m \frac{d^2x}{dt^2} + kx \right) = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x \right) = 0 \text{ Equation différentielle en x}$$

2°) a) Déterminons :

✓ l'amplitude $X_m = 4 \text{ cm}$ (0,5 pt)

✓ la période des oscillations $T_0 = 0,1 \pi \text{ s}$ (0,5 pt)

b) Déduisons que la masse du solide (C) est $m = 0,1 \text{ kg}$.

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \Leftrightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{m}{K} \text{ d'où } m = \frac{T_0^2 \cdot K}{4\pi^2} = \frac{40 \cdot \pi^2}{4\pi^2 \cdot 100} = 0,1 \text{ kg (1 pt)}$$

$$\text{c- } \blacklozenge E = \frac{KX_m^2}{2} = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ J (1 pt)}$$

$$\blacklozenge E_p(0) = \frac{Kx_0^2}{2} = 0,8 \cdot 10^{-2} \text{ J (1 pt)}$$

$$\text{d) } E_c(0) = E - E_p(0) = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ J Or } E_c(0) = \frac{mv_0^2}{2} \text{ d'où } \|\vec{v}_0\| = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \approx 0,69 \text{ ms}^{-1} \text{ (1 pt)}$$

e) • Expressions de $x(t)$

$$x = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x) \quad \text{à } t = 0 \quad x = X_m \sin(\varphi_x) = -\frac{X_m}{2} \quad \text{donc } \varphi_x = -\frac{\pi}{6} \text{ rad ou } \varphi_x = -\frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

$v(0) = V_m \cos(\varphi_x) > 0$ le solide C se dirige vers le sens positif à partir de sa position initiale.

$$\text{Donc } \varphi_x = -\frac{\pi}{6} \text{ rad d'où } x = 4 \cdot 10^{-2} \sin(20t - \frac{\pi}{6}) \quad \text{(0,75 pt)}$$

• Expressions de $v(t)$

$$v = \frac{dx}{dt} = 0,8 \cdot \sin(20t + \frac{\pi}{3}) \quad \text{(0,75 pt)}$$

II-(2,75 points)

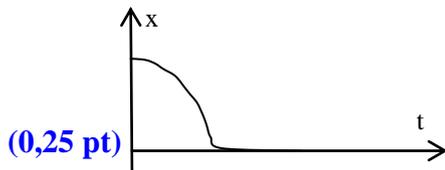
1°) a- Donnons l'équation différentielle, en x , de cet oscillateur.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + Kx = 0 \quad \text{(0,5 pt)}$$

b- Précisons le type et le régime des oscillations.

Le solide est abandonné à lui-même donc les oscillations sont libres. Le solide revient à sa position d'équilibre sans effectuer d'oscillations alors le régime est apériodique. D'où les oscillations sont libres en régime apériodique. (0,5 pt)

c- Représentons l'allure de l'élongation $x(t)$.



2°) a- Montrons que le système n'est plus conservatif.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dx}{dt} (m \frac{d^2x}{dt^2} + kx) \quad \text{d'après l'équation différentielle } m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = -hv \quad \text{(0,5 pt)}$$

$$\frac{dE}{dt} = -hv^2 \neq 0 \quad \text{le système est alors non conservatif}$$

b- Déterminons l'énergie mécanique perdue par le système au cours de mouvement de solide.

À $t = 0$ l'énergie est purement potentielle élastique. $E_0 = E_p$

$$\text{On note l'énergie perdue par } w = |\Delta E| = |0 - E_0| = \frac{Kx_{0m}^2}{2} = 0,8 \cdot 10^{-2} \text{ J} \quad \text{(1 pt)}$$

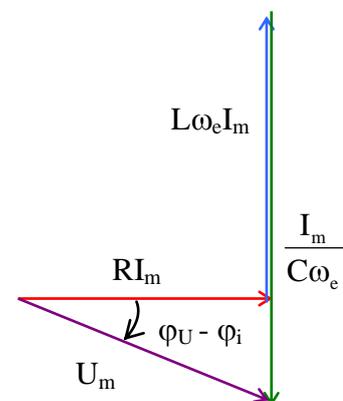
III- (11,5 points)

a- Faisons une construction de Fresnel (sans échelle) relative à l'équation différentielle en $i(t)$ dans le cas d'un circuit capacitif.

Un circuit est dit capacitif si $\omega < \omega_0$ (0,5 pt)

b- • Expression de I_m

D'après la propriété du triangle rectangle (Pythagore), on a :



$$U_m^2 = (RI_m)^2 + (L\omega_e I_m - \frac{I_m}{C\omega_e})^2$$

$$U_m^2 = I_m^2 (R^2 + (L\omega_e - \frac{1}{C\omega_e})^2) \quad (0,5 \text{ pt})$$

$$\Leftrightarrow I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega_e - \frac{1}{C\omega_e})^2}}$$

• Expression de $\cos(\varphi_i - \varphi_u)$

$$\cos(\varphi_i - \varphi_u) = \frac{RI_m}{U_m} \quad (0,25 \text{ pt})$$

c- En précisant l'analogie utilisée, écrivons :

✓ l'équation différentielle en $v(t)$ de l'oscillateur mécanique étudié.

Analogie électrique mécanique :

	Oscillateur électrique	Oscillateur mécanique
Grandeurs	$q, i, L, \frac{1}{C}, (R+r), u$	x, v, m, K, h, F

$$m \frac{dv}{dt} + hv + \frac{K}{\omega_e} \int v \cdot dt = F \quad (0,5 \text{ pt})$$

✓ les expressions, de l'amplitude V_m de $v(t)$ et de $\cos(\varphi_v - \varphi_F)$

$$V_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 + (m\omega_e - \frac{K}{\omega_e})^2}} \quad (0,5 \text{ pt}) \quad \cos(\varphi_v - \varphi_F) = \frac{hV_m}{F_m} \quad (0,5 \text{ pt})$$

2°) a) Déterminons graphiquement :

• la fréquence $N_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{10}{\pi} = 3,18 \text{ Hz} \quad (0,5 \text{ pt})$

• $V_m = 3 \text{ m.s}^{-1} \quad (0,5 \text{ pt})$

b) • Déterminons, le rapport $\frac{F_m}{V_m}$, donnons sa signification physique .

Ce rapport est appelé impédance mécanique noté $Z_m = \frac{F_m}{V_m} = \frac{2,4}{3} = 0,8 \text{ kg.s}^{-1} \quad (1 \text{ pt})$

• Déduisons que l'oscillateur est en état de résonance de vitesse.

On constate que $Z_m = h$ alors l'oscillateur est en état de résonance de vitesse. **(0,5 pt)**

• Justifions que $\varphi_F = 0 \text{ rad}$.

A la résonance de vitesse $\varphi_F - \varphi_v = 0$ la courbe de $v(t)$ commence par monter à partir de $t = 0 \text{ s}$ alors sa phase initiale $\varphi_v = 0 \text{ rad}$ d'où $\varphi_F = 0 \text{ rad}$. **(1 pt)**

c) Donnons l'expression de la puissance mécanique moyenne de cet oscillateur. Calculer sa valeur pour $N = N_1$

$$P_m = \frac{F_m V_m}{2} \cos(\varphi_F - \varphi_v) = h \frac{V_m^2}{2} = \frac{0,8 \cdot 9}{2} = 3,6 \text{ w (1 pt)}$$

3°) a) • Donnons le nom du phénomène qui a lieu dans l'oscillateur pour la fréquence N_2 .

Ce phénomène est appelé résonance d'amplitude. **(0,25 pt)**

• Le ressort risque d'être endommagé. **(0,25 pt)**

• Pour éviter ce risque, on évite de travailler à la fréquence de résonance ou augmenter les frottements. **(0,25 pt)**

b) • Comparons, sans calcul, N_1 et N_2 .

A la résonance d'amplitude la fréquence de résonance $N_2 < N_0 = N_1$. **(0,5 pt)**

• Déterminer, par analogie, N_2 .

Par analogie mécanique on peut écrire

$$\omega_2 = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{h^2}{2m^2}} = \sqrt{4\pi^2 N_1^2 - \frac{h^2}{2m^2}} = \sqrt{400 - \frac{0,8^2}{2 \cdot 10^{-2}}} = 19,18 \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow N_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} \approx 3,05 \text{ Hz (1 pt)}$$

c) Montrons que $\cos(\varphi_v - \varphi_F) = \frac{2\pi N_2 X_m h}{F_m}$

On a $\cos(\varphi_v - \varphi_F) = \frac{h V_m}{F_m} = \frac{h \omega_2 X_m}{F_m} = \frac{h \cdot 2\pi N_2 X_m}{F_m}$ **(0,5 pt)**

d) Déduisons l'expression de l'élongation $x(t)$. Sachant que $X_m = 15,3 \text{ cm}$

$$\cos(\varphi_v - \varphi_F) = \cos(\varphi_v) = \frac{h \cdot 2\pi N_2 X_m}{F_m} = \frac{0,8 \cdot 2\pi \cdot 3,05 \cdot 15,3 \cdot 10^{-2}}{2,4} = 0,97$$

On a $N_2 < N_0$ $v(t)$ est en avance de phase par rapport à $F(t)$ donc $\varphi_v > 0$

Alors $\varphi_v = 0,24 \text{ rad}$ et $\varphi_x = \varphi_v - \frac{\pi}{2} = -1,32 \text{ rad}$

$$x(t) = 15,3 \cdot 10^{-2} \sin(6,1\pi t - 1,32) \text{ (1,5 pt)}$$